

文章编号:1000-8055(2012)01-0016-09

连续爆轰发动机热力学性质的数值模拟

周 蕊, 王健平

(北京大学 工学院 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

摘 要: 在二维圆柱腔中连续爆轰发动机数值模拟的基础上, 对喷入流场中的粒子进行跟踪, 得到经历不同燃烧过程的粒子轨迹图. 分析影响粒子轨迹及其上物理参量变化的主要因素. 数值模拟得到相应的示功图和示热图, 计算连续爆轰发动机的机械功及热效率, 将数值模拟结果与理想 ZND(Zeldovich-Neumann-Doring)模型进行定性和定量的比较, 所得数值模拟结果与理论结果符合得很好, 验证了连续爆轰发动机的优势.

关 键 词: 连续爆轰发动机; 热力学性质; 数值模拟; 轨迹; 示功图; 示热图

中图分类号: V231. 2⁺2

文献标志码: A

Numerical investigation of thermodynamic performance on continuous detonation engines

ZHOU Rui, WANG Jian-ping

(State Key Laboratory of Turbulence and Complex System,

Department of Mechanics and Aerospace Engineering,

College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Based on the two-dimensional (2-D) numerical simulation of continuous detonation engine in an annular chamber, the paths of fluid particles starting at the injection plate were tracked, and their thermodynamic condition was plotted on a p - v and T - s diagram. The main factors that affect the paths and the fluctuation of physical parameters were discussed in detail. The thermodynamic cycle efficiency and net work output were obtained from the diagrams. The numerical thermodynamic cycle diagrams show very similar structure to the ideal ZND (Zeldovich-Neumann-Doring) model. The superior performance of CDE (continuous detonation engine) is further defined.

Key words: CDE (continuous detonation engine); thermodynamic performance; numerical simulation; trajectory; p - v diagram; T - s diagram

爆轰燃烧相比于等容、等压燃烧具有更高的热效率. 近年来, 基于爆轰燃烧方式的连续爆轰发动机(CDE)受到广泛关注. 连续爆轰只需初始起爆一次便可持续地传播下去, CDE 中燃料可持续高速入射, 较大地提高了燃料的平均流量, 可获得更高的推进性能. Voitsekhoviskii B V^[1-2] 于 20 世纪 60 年代最先开始了 CDE 的研究, 实现了乙炔、

乙烯预混燃料在圆管内短暂的连续爆轰. 最近几年, 俄罗斯 Lavrent'yev 流体力学研究所对多种燃料进行一系列的连续爆轰实验研究^[3-4], 实现了长时间稳定传播的连续爆轰. 数值模拟方面, 法国 Davidenko D M^[5] 计算获得了氢、氧燃料二维连续爆轰现象, 但二维平面上的计算结果与圆管内的三维传播有一定偏差; 日本 Hishida M, Fujiwara

收稿日期:2011-01-14; 修订日期:2011-06-10

基金项目:航空科学基金项目(2008ZH71006); 国家自然科学基金(10872006)

作者简介:周蕊(1987—), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士生, 主要从事连续爆轰的理论及数值计算研究.

T 等^[6] 计算获得了二维连续爆轰管头部的胞格结构,并对推进性能进行了分析;姜孝海、范宝春等^[7] 用二维数值模拟研究连续爆轰的点燃方式,得到了从点燃至形成爆轰的过程;邵业涛等^[8-9] 对 CDE 作了全面的数值模拟研究,得到了多个循环的连续爆轰波,分析了燃料入射、提前燃烧、爆轰波结构和波传播速度等几个关键问题,其数值模拟结果与实验结果定性符合。

以往的数值模拟结果一般只是给出各物理参量在流场中的分布情况,对于燃料喷入燃烧室后具体经历的过程并没有细致地分析过。热力学性质方面的研究也很少,Heiser W H 等人^[10] 曾对脉冲爆轰发动机的热力学循环做了相应的总结,但所给的结果都是基于理论模型,实际基本无法达到。对于 CDE 热力学方面的研究更是少之又少,无论是理论还是数值模拟都没有。由于连续爆轰发动机流场的复杂性,爆轰波后伴随有斜激波和接触间断,流场中不仅存在爆轰燃烧,还存在爆燃燃烧。那么自然想到流体粒子与爆轰波、爆燃波、斜激波及接触间断相遇瞬间,粒子轨迹及其上物理参量会发生怎样的变化,这种变化会对连续爆轰发动机的热力学性质有怎样的影响。本文正是基于以上考虑,提出一种新的分析连续爆轰流场和描述其热力学性质的方法,跟踪具体的流体粒子,得到粒子的轨迹图,着重观察爆轰波、爆燃波、斜激波和接触间断是怎样影响粒子的运动轨迹和物理参量的变化。进一步得到相应的示功图和示热图,分析热力学性质,并将数值模拟结果与理想 ZND(Zeldovich-Neumann-Doring)模型过程进行比较。

1 物理模型与计算方法

连续爆轰发动机的燃烧室为同轴圆柱腔结构。本文不考虑燃烧室沿半径方向的厚度,取圆柱腔中间层的圆柱面,沿一条母线展成二维平面矩形作为计算域,如图 1 所示。左端推力墙处开有密集的拉瓦管型小孔,按当量比混合的氢、氧气从拉瓦管小孔沿轴线方向入射。充入一段燃料后,在头部用一段一维 C-J(chapman-Jouguat)爆轰波起爆,头部拉瓦喷管的出口面积与喉道面积比为 3.73,来流马赫数为 2.87。由拉瓦管喷管的设计工况关系式^[11],来流总压为 3 MPa。当推力墙上压强大于来流总压时,燃料不能喷入,此时头部设为反射边界条件;当推力墙上压强小于来流总压时,根据拉瓦喷管理论计算入流条件。出口处采用无反射出

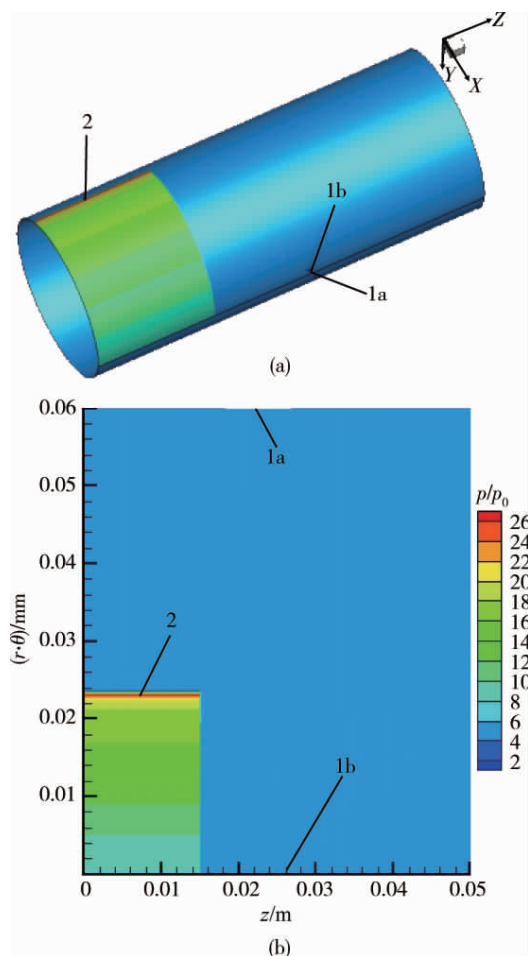


图 1 始压强分布及圆柱腔展开成计算域示意图

Fig. 1 Initial pressure distribution and cylindrical cavity expand into a 2-D computational domain

流边界条件,松弛系数取为 0.05。计算中,燃烧室半径取为 1 cm,管长为 5 cm。计算网格数为 500 × 400, $\Delta z = 0.1$ mm, $\Delta(r \cdot \theta) = 0.157$ mm。

采用二维圆柱坐标系下守恒型的欧拉方程及 Korobeinikov V P^[12] 两步化学反应模型,混合气体假设为理想气体,忽略扩散、黏性和热传导。

控制方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \theta} + \frac{\partial G}{\partial z} = S$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_\theta \\ \rho u_z \\ e \\ \rho \beta \\ \rho \alpha \end{bmatrix}, \quad F = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho u_\theta \\ \rho u_\theta^2 + p \\ \rho u_\theta u_z \\ (e + p) u_\theta \\ \rho u_\theta \beta \\ \rho u_\theta \alpha \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho u_z \\ \rho u_\theta u_z \\ \rho u_z^2 + p \\ (e + p)u_z \\ \rho u_z \beta \\ \rho u_z \alpha \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \omega_\beta \\ \rho \omega_\alpha \end{bmatrix}$$

$$p = \rho RT$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \beta \rho q + \frac{1}{2} \rho u_\theta^2 + \frac{1}{2} \rho u_z^2$$

$$\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = -k_1 \rho \exp(-E_1/RT)$$

$$\omega_\beta = \frac{d\beta}{dt} = \begin{cases} -k_2 p^2 \left[\beta^2 \exp\left(\frac{-E_2}{RT}\right) - (1 - \beta)^2 \exp\left(\frac{-E_2 + q}{RT}\right) \right] & (\alpha = 0) \\ 0 & (1 > \alpha > 0) \end{cases}$$

其中 p 为压强, ρ 为密度, T 为温度, e 为单位体积气体的总能, q 为单位质量燃料的放热量, R 为气体常数, γ 为比热比, u_θ, u_z 分别为周向、轴向速度, α, β 分别为诱导、放热反应进行度参数, E_1, E_2 为活化能, k_1, k_2 为化学反应速率常数. 相应的参数取值见文献[12]和[13]. 计算中, 空间方向上采用五阶 WENO 格式^[14], 时间方向上采用四阶 TVD Runge-Kutta 格式^[15].

2 结果与讨论

2.1 轨迹分析

用一维 C-J 爆轰起爆二维爆轰波后, 爆轰波大概传播 8 周后达到稳定. 图 2 为爆轰波传播稳定后流场中各物理参数的分布情况. 从这一时刻开始跟踪喷入燃烧室的流体粒子. 由于数值模拟中时间步长较小, 粒子每一时间步所走的距离还不到一个网格间距, 所以粒子的轨迹采用面积插值计算. 图 2(b) 温度云图中给出爆轰波、爆燃波、斜激波及接触间断所在的位置.

图 3 为其中 3 个代表性的流体粒子从喷入流场到排出管外的轨迹图, 它们的初始位置在图 2 中依次标记为 1, 2, 3. 粒子 1 和 3 被爆轰波燃烧, 而粒子 2 被爆燃波燃烧. 由图 3 可知, 无论初始位置在哪里的流体粒子, 无论粒子是被爆轰燃烧还是被爆燃燃烧, 其运动轨迹大体上均沿轴向运动, 直至喷出管外. 从数据上看, 粒子在周向上只有微小的浮动, 浮动尺度不超过燃烧室周长的 0.25%. 这正是连续爆轰发动机能产生较大推力

的原因. 3 个粒子在燃烧室中平均历经时间为 58.2 μs , 爆轰波循环周期为 26.2 μs , 所以粒子在燃烧室里运动过程中爆轰波大概传播 2 周.

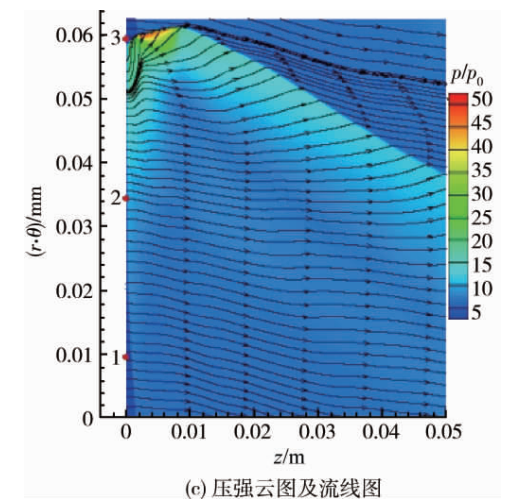
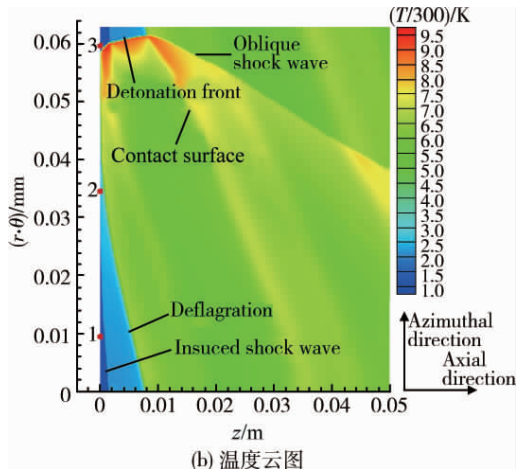
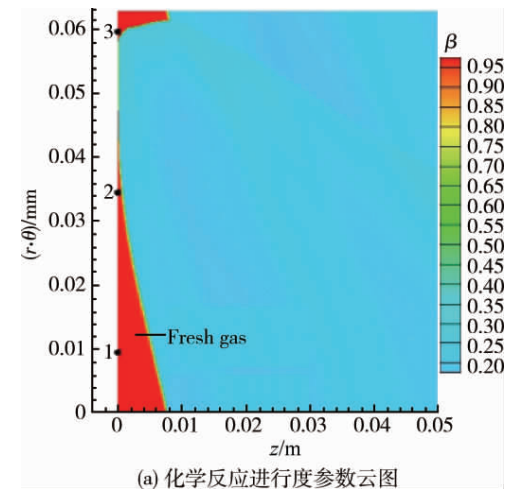


图 2 爆轰波传播稳定后某一时刻流场分布情况及粒子的初始位置分布图

Fig. 2 Flow distribution and the initial position of just injected fluid elements when the detonation wave propagate stably

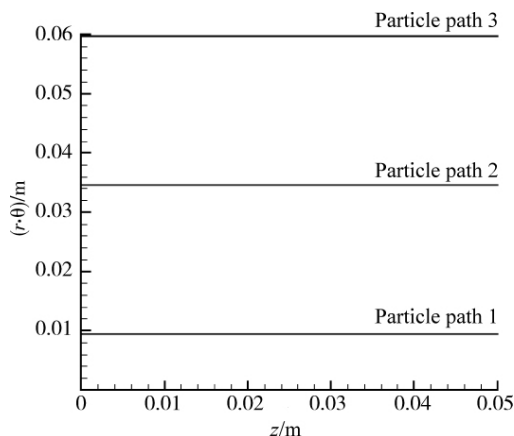


图 3 3 个粒子的轨迹图

Fig. 3 Trajectories of three fluid elements

下面针对粒子 1 和粒子 2, 分析粒子在与爆轰波、爆燃波、斜激波和接触间断相遇时轨迹和物理参量将发生怎样的变化。

图 4 为图 2 中粒子 1 的轨迹沿周向的放大图。用 $a, b, \dots, g$ 分别表示粒子 1 运动轨迹上的 7 个关键点。在图中可以明显地看出粒子 1 在运动过程中轨迹的上下浮动情况。图 5 为粒子在运动过程中, 其上各物理量随时间的变化情况。图 6 与图 4 对应, 为粒子运动到相应点时温度场的分布情况, 和对应时刻粒子在流场中所处的位置。下面分阶段详细地分析粒子 1 的运动轨迹及物理参量的变化情况。

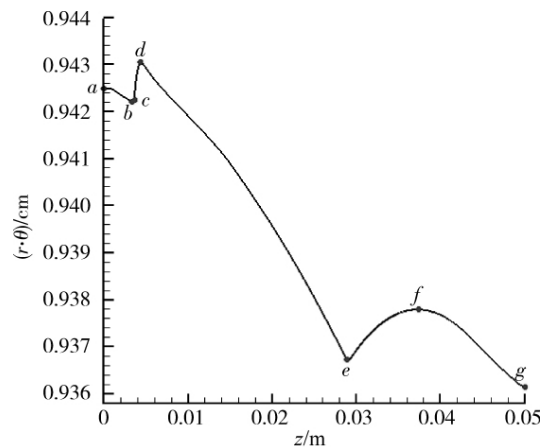


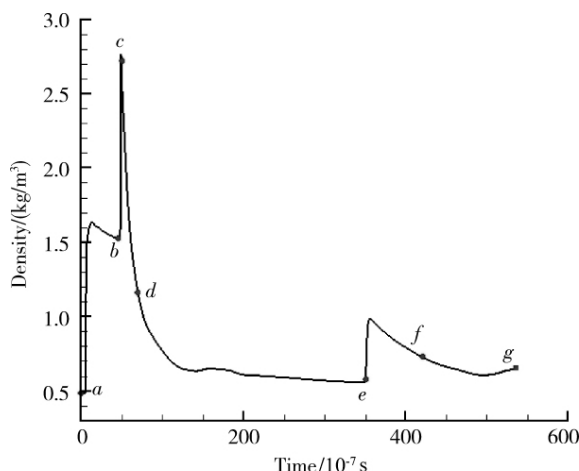
图 4 粒子 1 的轨迹图

Fig. 4 Trajectory of element 1

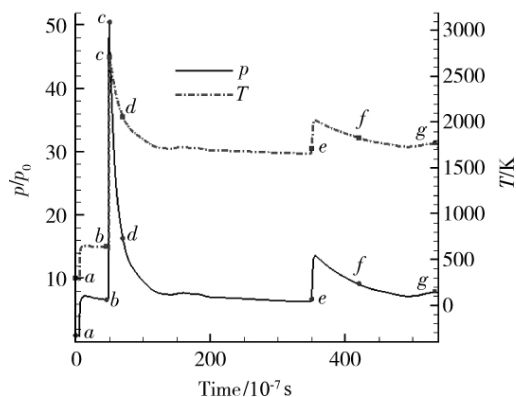
1) 点 a 到点 b : 粒子被喷入燃烧室推力墙处, 即图 4 及图 6(a) 中点 a 处。起初粒子 1 随流场向右下方运动, 直到点 b , 到达爆轰波面前, 如图 6(b)。

2) 点 b 到点 c : 这个过程粒子与爆轰波相遇,

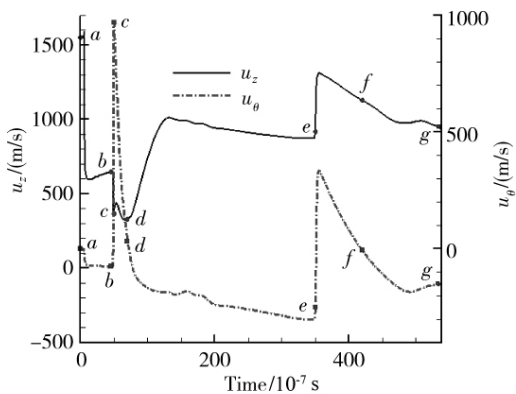
微团只运动极其微小的距离, 但轨迹发生偏转, 如图 4。在与爆轰波相遇瞬间, 密度、压强、温度及沿周向速度迅速上升, 最大压强达到 5110833 Pa, 最高温度达到 2712.09 K, 沿周向最大速度达到 966.4 m/s, 沿轴向速度有所下降, 如图 5 所示。



(a) 密度随时间的变化图



(b) 压强和温度随时间的变化图



(c) 轴向和周向速度随时间的变化图

图 5 粒子 1 运动过程中其上物理参量随时间的变化情况

Fig. 5 Temporal variations of physical parameters at the fluid element 1

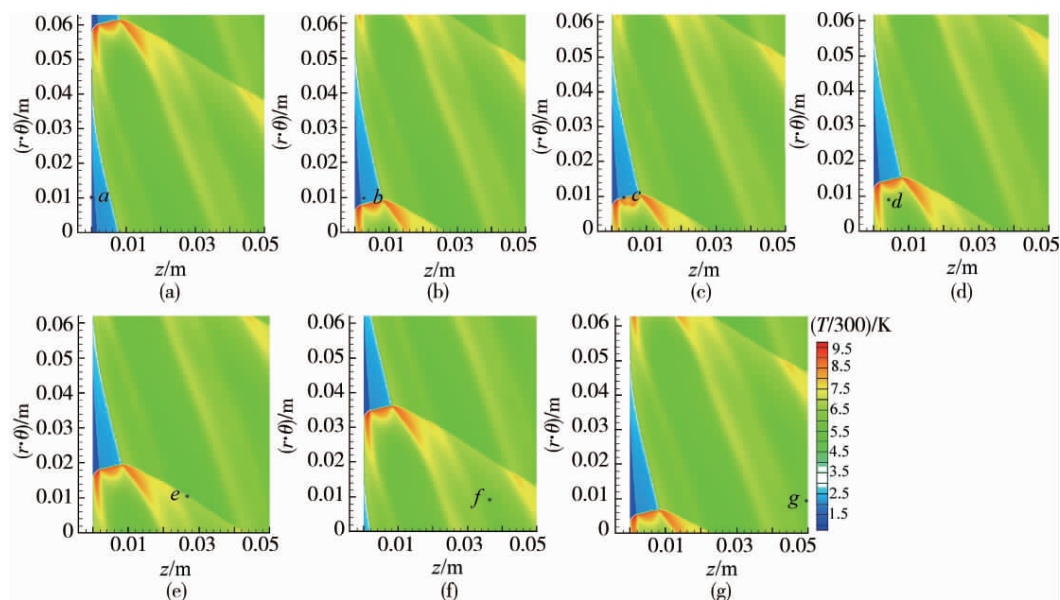


图 6 粒子 1 运动到相应位置的温度场分布

Fig. 6 Temperature distribution when fluid element 1 moved to corresponding point

3) 点 c 到点 d : 粒子紧随爆轰波运动一段距离, 直至沿周向速度减小到 0 (图 4 及图 6(d) 中 d 点), 直至负值, 轨迹再次发生偏转. 在这个过程中粒子压强、密度及沿周向速度下降很快, 温度虽有所下降但仍保持在较高的水平, 沿轴向速度有所波动但变化不大, 如图 5 所示. 这个过程呈现出明显的爆轰波后膨胀现象.

4) 点 d 到点 e : 粒子的密度、压强、温度及沿周向速度继续下降, 沿轴向速度上升, 各热力学参量趋于平稳, 粒子随燃烧产物向右下方运动. 爆轰波继续传播近 1 周后, 粒子与伴随爆轰波后的斜激波相遇, 如图 6(e), 轨迹再次发生偏转, 如图 4. 相遇瞬间, 密度、压强、温度及沿周向、轴向速度均瞬间增大. 从图 5 中容易发现, 粒子与斜激波相遇和与爆轰波相遇各物理参量的变化趋势基本相同, 只是后者比前者变化的程度更剧烈. 与两者相遇都会导致粒子的轨迹发生偏转.

5) 点 e 到点 f : 粒子经过斜激波后, 密度、压强、温度、沿周向和轴向的速度都减小, 并逐渐趋于平稳. 粒子随斜激波运动一段距离后, 到图 4 及图 6(f) 中点 f 时, 沿周向速度减小到 0, 继续减小到负值, 此处轨迹再次发生偏转.

6) 点 f 到点 g : 粒子继续向下游运动直至 g 点喷出管外.

综上, 粒子 1 在运动过程中, 与爆轰波、斜激波各相遇一次, 没有与接触间断及爆燃波相遇.

与粒子 1 不同的是粒子 2 没有经过爆轰波燃烧, 喷入燃烧室后, 被缓慢传播的爆燃波燃烧. 与

对粒子 1 分析的方法一样, 图 7 为粒子 2 运动的轨迹图, 图 8 为粒子 2 在运动过程中各物理参量随时间变化图, 图 9 与图 7 对应, 为粒子运动到相应位置时温度场的分布情况.

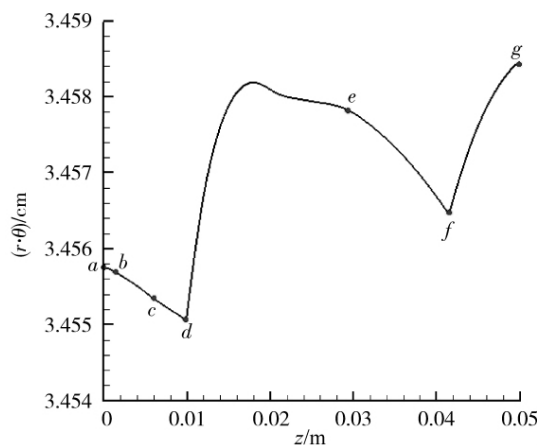
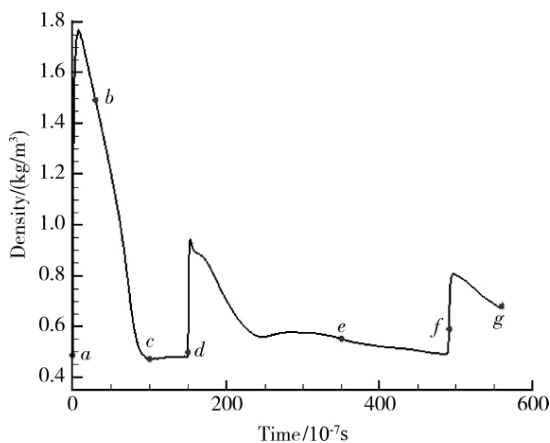


图 7 粒子 2 的轨迹图

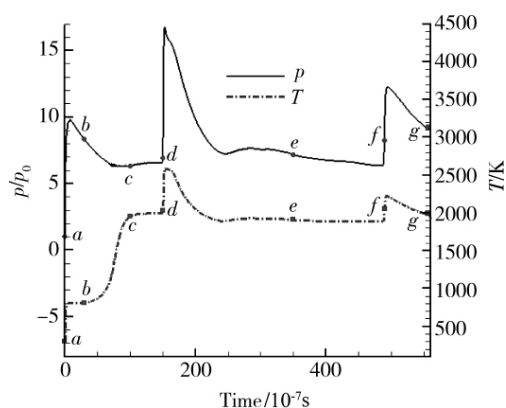
Fig. 7 Trajectory of fluid element 2

首先, 粒子 2 喷入燃烧室点 a 处, 如图 7 和图 9(a) 点 a 处. 随后运动到 b 点时, 这时反应进行度参数为 0.95, 继续运动到 c 点时, 反应进行度参数为 0.21, 这时粒子基本上已经被爆燃燃烧完全, 从点 b 到点 c 即是粒子被爆燃燃烧的过程. 由轨迹图 7 可知, 在被爆燃燃烧的过程中, 轨迹没有发生偏转.

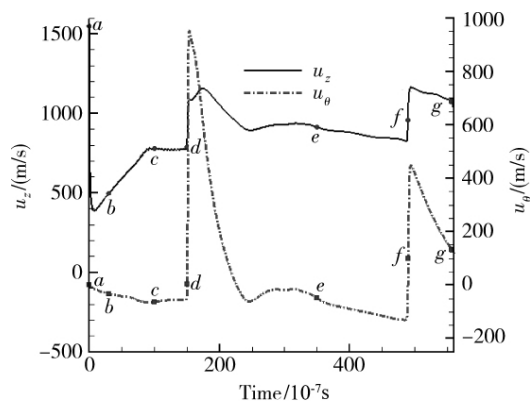
粒子 2 继续运动到 d 点, 与斜激波相遇, 如图 10(d) 中点 d , 轨迹发生偏转. 继续运动到 e 点, 粒



(a) 密度随时间的变化图



(b) 压强和温度随时间的变化图



(c) 轴向和周向速度随时间的变化图

图 8 粒子 2 运动过程中其上各物理参量随时间的变化情况

Fig. 8 Temporal variations of physical parameters at the fluid element 2

子与接触间断相遇,如图 10(e)中点 e ,由于相遇的位置离爆轰波较远,此处接触间断强度较弱。但是,由图 7 可以很确定,接触间断不会改变粒子运动轨迹的方向。粒子继续运动到 f 点,再一次与斜激波相遇,轨迹再次偏转,如图 10(f)。运动到 g

点粒子喷出管外。

综上,粒子 2 与爆燃波面相遇,与斜激波相遇两次,与接触间断相遇一次。

通过对上述粒子运动过程的详细分析,知道爆轰波和斜激波对粒子的轨迹会有一定影响,使粒子运动方向发生偏转,但影响是极其微小的。比起轨迹的偏转,各物理参量的变化是非常显著的,粒子与爆轰波和斜激波相遇都会使压强、温度、密度在不同程度上增大。而接触间断和爆燃波对粒子的轨迹基本没有影响。

2.2 热力学性质的分析与比较

本文在记录粒子运动轨迹的同时,还记录了粒子在运动过程中压强 p 随比容 v 的变化规律,即示功图;温度 T 随熵增 Δs 的变化规律,即示热图。另外,为了使粒子的示功图和示热图形成一个封闭的循环,在燃烧室出口处设置一段松弛长度,在这段长度内,燃烧产物的状态由原来燃烧流场的状态值逐渐变到无穷远处大气的状态值。

图 10 为二维数值模拟中得到的粒子 1 对应的示功图和示热图。图中标记的点与图 4 中标记的点对应。在 e 点处,粒子与斜激波相遇导致曲线发生扰动,熵有所增加,但扰动仍然围绕在原来曲线的附近,示功图和示热图的大体趋势没有被改变,这说明斜激波虽然会使连续爆轰发动机的性能有一定损失,但这种损失并不是很明显。

基于理想 ZND 模型,爆轰波是由前导激波和紧随其后的化学反应区组成,理想 ZND 过程如图 11 中黑色点划线所示,它包括以下几个过程:①燃料被喷出燃烧室,初始状态为 1,然后受前导激波压缩,在示功图中沿激波的 Hugoniot 线迅速上升到 Von Neumann 尖峰。这个过程中温度升高,熵增变大;②介质进行剧烈的化学反应,放出热量,化学反应产物发生膨胀,在示功图中由 Von Neumann 尖峰沿 Rayleigh 线到 C-J 点(状态 3);③之后爆轰产物按照等熵规律膨胀到初始压强(状态 4);④然后在外界作用下使曲线闭合,完成整个循环过程。

为了与数值模拟结果很好的对比,图 11 中曲线参数的选择与数值模拟相关参数的设定一致。在本文的问题中,介质进入燃烧室头部的初始温度为 300 K、压强为 101325 Pa,按化学反应当量比混合的氢氧爆轰,比热比取为 $\gamma=1.4$,气体常数为 $R=692.9 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,单位质量燃料燃烧放热量为 $q=4 \times 10^6 \text{ J}/\text{kg}$ 。

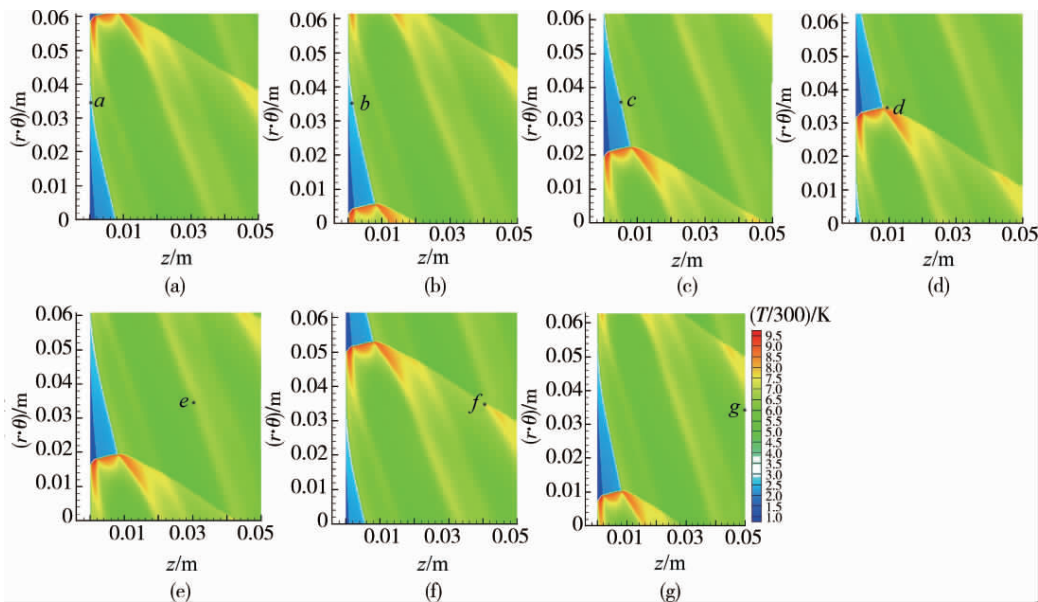


图 9 粒子 2 运动到相应位置的流场分布情况

Fig. 9 Temperature distribution when fluid element 2 moved to corresponding point

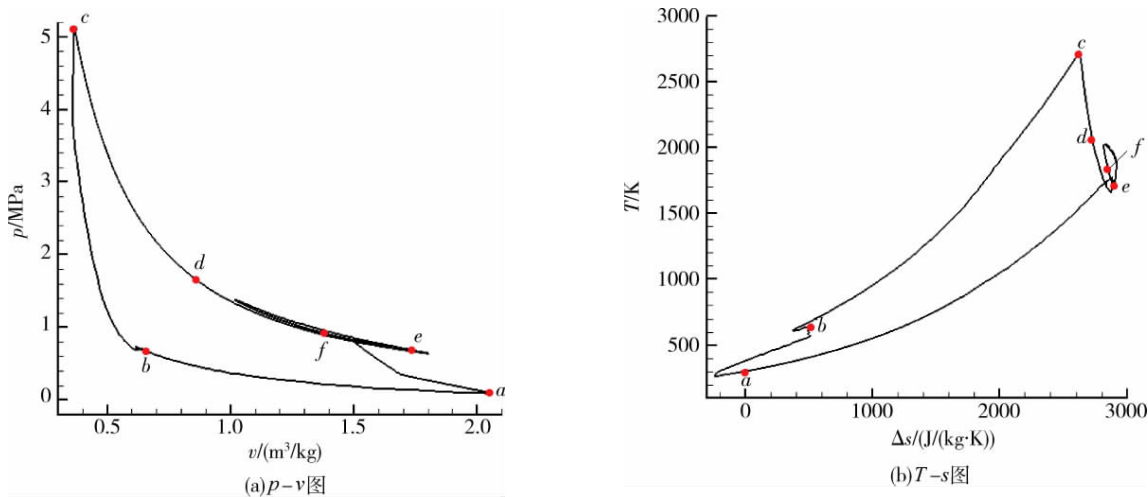


图 10 粒子 1 的示功图和示热图

Fig. 10 $p-v$ diagram and $T-s$ diagram of fluid element 1

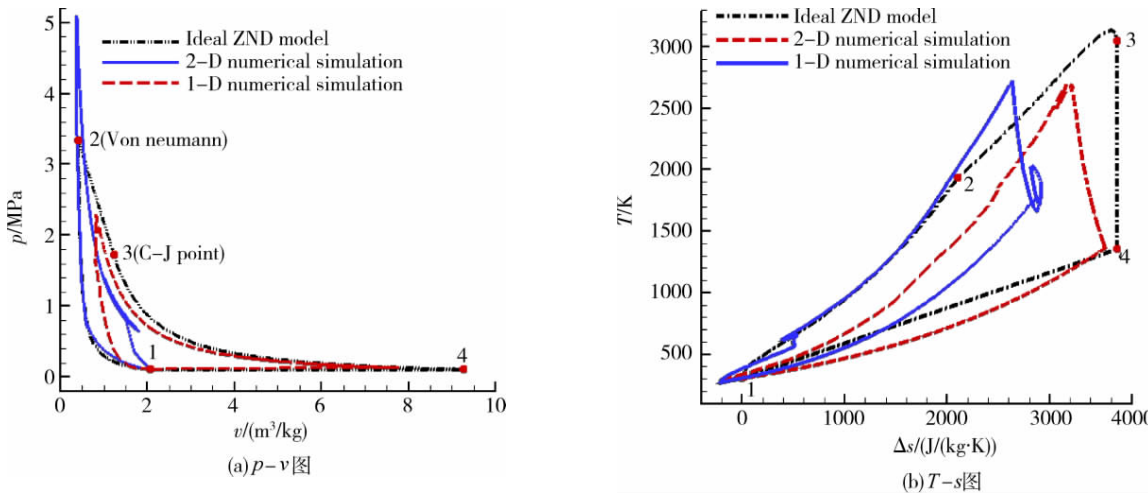


图 11 数值模拟结果与理想 ZND 模型对比

Fig. 11 Comparison of numerical simulation and ideal ZND model

本文还计算了一维爆轰燃烧的示功图和示热图,数值计算采用的方法和反应模型均与二维数值模拟一致.将二维数值模拟结果、一维数值模拟结果与理想 ZND 模型的示功图和示热图进行系统的比较,如图 11 所示.由图 11 中可见,数值模拟结果与理想 ZND 模型定性地符合.二维数值模拟结果中,介质被前导激波压缩过程与理论结果符合得非常好(即图 11 中状态 1 到状态 2 的过程).但是燃烧和膨胀过程(状态 2 到状态 4)有一定差距.由于二维爆轰波比一维爆轰波结构复杂得多,二维数值模拟得到的最大压强要明显大于一维结果及理想 ZND 模型的 Von Neumann 尖峰;二维数值模拟得到的最高温度与一维数值模拟得到的最高温度相近,小于理想 ZND 模型得到的最高温度;二维数值模拟的最大熵增要小于一维数值模拟结果和理想 ZND 模型的最大的熵增.另外,由示热图可见数值模拟得到的膨胀过程并不是完全等熵的.

由于二维计算中燃烧室尺寸较小,而且出口处没有连接尾喷管,粒子在膨胀过程还没有完成的状况下就已经喷出管外.以上原因造成了二维数值模拟结果与理想 ZND 模型的差异.

通过示功图和示热图可以计算出整个循环的净机械功和热效率.表 1 为前述三种情况下的循环净功和热效率.理想 ZND 模型的热效率可达到 51.11%,一维数值模拟得到的热效率为 39.67%,二维数值模拟得到的热效率为 35.41%.二维数值模拟得到的循环净功达到理想 ZND 模型的 41.32%,一维数值模拟得到的循环净功达到理想 ZND 模型的 53.05%.如果将二维数值模拟的燃烧室后加上尾喷管,数值计算结果得到的机械功和热效率将与理想 ZND 模型的结果更加接近.

表 1 做功情况和热效率
Table 1 Net mechanical work and thermal efficiency

燃烧类型	循环净功/(10 ³ kJ/kg)	热效率/%
理想 ZND	3.63	51.11
1-D	1.92	39.67
2-D	1.50	35.41

3 结 论

1) 粒子轨迹受爆轰波、爆燃波、斜激波及接触间断的影响很小,粒子进入流场,经爆轰或爆燃

燃烧后,几乎直接沿轴向迅速喷出,周向方向的浮动只有不到燃烧室周长的 0.25%.

2) 粒子与爆轰波或斜激波相遇时,轨迹发生偏转.爆轰波或斜激波通过后,粒子随其运动一段时间,直到周向速度减小到 0,轨迹再次发生偏转.粒子与爆燃波或接触间断相遇,轨迹不发生偏转.

3) 数值模拟得到的热力学示功图和示热图与理想 ZND 模型定性地符合,爆轰波后伴随的斜激波会对连续爆轰发动机的性能造成一定损失,但影响不大.数值模拟得到的膨胀过程并不是完全等熵的.

4) 二维数值模拟得到的热效率为 35.41%,循环净功达到理想 ZND 模型的 41.32%.如果将二维燃烧室后加上尾喷管,数值计算结果得到的机械功和热效率将与理想 ZND 模型的结果更加接近.

参考文献:

[1] Voitsekhovskii B V. Stationary detonation[J]. Doklady Akademii Nauk UzSSR,1959,129(6):1254-1256.

[2] Voitsekhovskii B V. Stationary spin detonation[J]. Soviet Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 1960,(3):157-164.

[3] Bykovskii F A, Zhdan S A, Vedernikov E F. Continuous spin detonation in annular combustors[J]. Combustion Explosion and Shock Waves,2005,41(4):449-459.

[4] Bykovskii F A, Zhdan S A, Vedernikov E F. Continuous spin detonations[J]. Journal of Propulsion and Power, 2006,22(6):1204-1216.

[5] Davidenko D M. Numerical simulation of H₂/O₂ continuous spin detonation with a detailed chemical mechanism [R]. Russia, 21st ICDERS (CDROM), 2007.

[6] Hishida M, Fujiwara T, Wolanski P. Fundamentals of rotating detonations[J]. Shock Waves, 2009,19(1):1-10.

[7] 姜孝海, 范宝春, 董刚. 旋转爆轰流场的数值模拟[J]. 推进技术, 2007,28(4):403-407.

JIANG Xiaohai, FAN Baochun, DONG Gang. Numerical investigation on the flow field of rotating detonation wave [J]. Journal of Propulsion Technology, 2007, 28(4): 403-407. (in Chinese)

[8] 邵业涛, 刘勐, 王健平. 圆柱坐标系下连续旋转爆轰发动机的数值模拟研究[J]. 推进技术, 2009,25(6):553-556.

SHAO Yetao, LIU Meng, WANG Jianping. Numerical simulation of continuous rotating detonation engine in column coordinate[J]. Journal of Propulsion Technology, 2009,25(6):553-556. (in Chinese)

[9] 邵业涛, 王健平. 连续爆轰发动机的二维数值模拟研究[J]. 航空动力学报, 2009,24(5):980-986.

SHAO Yetao, WANG Jianping. Two dimensional simula-

- tion of continuous detonation engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(5): 980-986. (in Chinese)
- [10] Heiser W H, Pratt D T. Thermodynamic cycle analysis of pluse detonation engines[J]. Journal of Propulsion and Power, 2002, 18(1): 68-76.
- [11] 童秉刚, 孔祥言, 邓国华. 气体动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [12] Korobeinikov V P, Levin V A, Markov V V, et al. Propagation of blast waves in a combustible gas[J]. Astronautica Acta, 1972, 17(4-5): 529-537.
- [13] Bussing T R, Hinkey J B, Kaye L. Pulse detonation engine preliminary design considerations[R]. AIAA Paper, 94-3220, 1994.
- [14] Liu X D, Osher S, Chan T. Weighted essentially non-oscillatory shock-capturing scheme[J]. Journal of Computational Physics, 1994, 115(1): 200-212.
- [15] Shu C W, Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes II [J]. Journal of Computational Physics, 1989, 83(1): 32-78.